Modèle de LEONTIEF (1941) lié au TES (2 branches, 2 produits)

ED 5 Exercice 2

Question 5

Le but est de déterminer des « fonctions de réaction » entre les productions des deux branches. Il s'agit des deux équations de LEONTIEF (1941). Pour faciliter la démonstration, considérons l'absence de transferts de produits entre branches, c'est-à-dire que la production d'une branche égalise la production d'un produit (fabriqué par la même branche). Il faut partir de l'équilibre emplois-ressources sur le marché des biens et services.

P + M = CI + CF + FBC + X

À noter qu'il n'y a pas d'impôts ou de subventions sur les produits pour faciliter la démonstration. Cet équilibre est conservé pour chaque produit i (sous réserve d'absence de transferts entre branches).

$$P_i + M_i = CI_i + CF_i + FBC_i + X_i$$

En tournant l'équation, on obtient :

$$P_i = CI_i + CF_i + FBC_i + X_i - M_i$$

Dans l'exemple, il y a deux produits. Un système à deux équations peut être proposé.

$$P_1 = CI_1 + CF_1 + FBC_1 + X_1 - M_1 = CI_{11} + CI_{12} + CF_1 + FBC_1 + X_1 - M_1$$
$$P_2 = CI_2 + CF_2 + FBC_2 + X_2 - M_2 = CI_{21} + CI_{22} + CF_2 + FBC_2 + X_2 + M_2$$

Utilisons l'égalité du coefficient technique : $a_{ij} = \frac{CI_{ij}}{P_j}$ ce qui équivaut à $CI_{ij} = a_{ij}.P_j = a_{ij}.P_i$ (car la production d'une branche égalise la production de son produit (pour un produit i et une branche j).

$$P_1 = a_{11}.P_1 + a_{12}.P_2 + CF_1 + FBC_1 + X_1 - M_1$$
$$P_2 = a_{21}.P_1 + a_{22}.P_2 + CF_2 + FBC_2 + X_2 - M_2$$

Il faut maintenant rassembler les productions de même branche ensembles :

$$(1 - a_{11}).P_1 = a_{12}.P_2 + CF_1 + FBC_1 + X_1 - M_1$$
$$(1 - a_{22}).P_2 = a_{21}.P_1 + CF_2 + FBC_2 + X_2 - M_2$$

Il ne reste plus qu'à faire passer le facteur à droite du signe d'égalité.

$$P_1 = \frac{a_{12}}{1-a_{11}}\,.P_2 + \frac{1}{1-a_{11}}(CF_1 + FBC_1 + X_1 - M_1)$$
$$P_2 = \frac{a_{21}}{1-a_{22}}\,.P_1 + \frac{1}{1-a_{22}}(CF_2 + FBC_2 + X_2 - M_2)$$

Pour finir, nous pouvons simplifier l'écriture en considérant que la consommation finale, l'investissement et les exportations constituent les emplois finals (hors consommations intermédiaires). On note *E = CF + FBC + X*.

$$P_1 = \frac{a_{12}}{1-a_{11}}\,.P_2 + \frac{1}{1-a_{11}}(E_1 - M_1) \qquad (1)$$
$$P_2 = \frac{a_{21}}{1-a_{22}}\,.P_1 + \frac{1}{1-a_{22}}(E_2 - M_2) \qquad (2)$$

Les équations (1) et (2) représentent les fonctions de LEONTIEF (1941). Il est judicieux de conserver cette écriture théorique jusqu'à la fin de la démonstration et, après, de les remplacer par les valeurs numériques correspondantes. Nous obtenons :

$$P_1 = \frac{\frac{1}{6}}{1-0.4}\,.P_2 + \frac{1}{1-0.4}(450 - 200) = \frac{5}{18}.P_2 + \frac{1250}{3}$$
$$P_2 = \frac{0.2}{1-\frac{1}{3}}\,.P_1 + \frac{1}{1-\frac{1}{3}}(200 - 100) = 0.3\,.P_1 + 150$$

Question 6

Pour autant, il faut déterminer ce que l'on appelle les valeurs d'équilibre (valeurs de la production dans chaque branche). Pour cela, continuons de résoudre le système à partir de (1) et (2). On intègre (2) dans (1) :

$$P_1 = \frac{a_{12}}{1-a_{11}}\,.\left[\frac{a_{21}}{1-a_{22}}\,.P_1 + \frac{1}{1-a_{22}}(E_2 - M_2)\right] + \frac{1}{1-a_{11}}(E_1 - M_1)$$

De la même manière, on isole à gauche du signe d'égalité les termes liés à la production de la branche 1.

$$(1 - \frac{a_{12}.a_{21}}{(1-a_{11})(1-a_{22})}).P_1 = \frac{a_{12}}{(1-a_{11})(1-a_{22})}(E_2 - M_2) + \frac{1}{1-a_{11}}(E_1 - M_1)$$

On peut tout mettre sur le même dénominateur :

$$\frac{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}.a_{21}}{(1-a_{11})(1-a_{22})}.P_1 = \frac{a_{12}(EF_2-M_2)+(1-a_{22})(EF_1-M_1)}{(1-a_{11})(1-a_{22})}$$

Les dénominateurs à gauche et à droite de l'égalité se simplifient. On obtient ainsi la valeur d'équilibre de la production de la branche 1.

$$\hat{P}_1 = \frac{a_{12}(EF_2-M_2)+(1-a_{22})(EF_1-M_1)}{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}.a_{21}} \quad (3)$$

On remplace (3) dans (2) pour obtenir la valeur d'équilibre de la production de la branche 2. On obtient le résultat suivant.

$$\hat{P}_2 = \frac{a_{21}(EF_1-M_1)+(1-a_{11})(EF_2-M_2)}{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}.a_{21}} \quad (4)$$

Les deux expressions sont symétriques. De la même manière, on peut remplacer les différents paramètres par leurs valeurs numériques. On retombera bien sur une valeur de la production de la branche 1 de 500 et de la branche 2 de 300.

Dans une question de l'ED, on demandait de choisir entre un investissement de l'État dans la branche 1 ou dans la branche 2. On peut ainsi repartir directement des équations (3) et (4). D'où l'intérêt de conserver des expressions théoriques et de ne pas remplacer directement par les valeurs numériques au tout début de la démonstration. Rappelons que l'investissement public s'ajoute dans les emplois finals de la branche correspondante.

→ Effet d'un investissement de **50** dans la branche 1 :

On rajoute 50 dans les emplois finals de la branche 1 dans chaque expression. Les nouvelles quantités produites sont les suivantes. On peut déterminer la valeur finale en remplaçant simplement.

$$P_1^* = \frac{a_{12}(EF_2 - M_2) + (1 - a_{22})(EF_1 + \mathbf{50} - M_1)}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}.a_{21}} = 590.91$$
$$P_2^* = \frac{a_{21}(EF_1 + \mathbf{50} - M_1) + (1 - a_{11})(EF_2 - M_2)}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}.a_{21}} = 327.27$$

→ Effet d'un investissement de **50** dans la branche 2 :

On rajoute 50 dans les emplois finals de la branche 2 dans chaque expression.

$$P_1^* = \frac{a_{12}(EF_2 + \mathbf{50} - M_2) + (1 - a_{22})(EF_1 - M_1)}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}.a_{21}} = 523$$
$$P_2^* = \frac{a_{21}(EF_1 - M_1) + (1 - a_{11})(EF_2 + \mathbf{50} - M_2)}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}.a_{21}} = 382$$

Récapitulons :

	Valeur initiale	Investissement public dans la branche 1	Investissement public dans la branche 2
P_1	500	590.91	523
P_2	300	327.27	382
ΔP_1	-	+90.91	+23
ΔP_2	-	+27.27	+82
Δ Production totale	-	+118.18	+105

Le gouvernement a intérêt à investir 50 dans la branche 1 car la hausse de production totale provoquée est plus forte. Cela rejoint bien le fait que la branche 1 (industrie) est une branche motrice de l'économie (ce qui avait été montré dans une question précédente de l'ED).

<u>Question 7</u>

On demandait enfin de déterminer la baisse maximale des importations dans la branche 1 provoquée par une hausse de la production dans cette branche, en considérant l'utilisation des entières capacités de production à hauteur de 650 dans cette branche. Pour cela il suffit de tourner l'équation (3) de manière à exprimer les importations en fonction de la production. On obtient au final :

$$M_1^* = \frac{a_{12}(E_2-M_2)+(1-a_{22})E_1-[(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}.a_{21}]\boldsymbol{P_1^*}}{1-a_{22}}$$

$$= \frac{a_{12}(E_2-M_2)+(1-a_{22})E_1-[(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}.a_{21}]\mathbf{650}}{1-a_{22}} = 117.5$$

Auparavant, les importations de la branche 1 étaient de 200, maintenant elles sont de 117.5, soit une baisse de **82.5**.

<u>Question 8</u>

Le calcul du nouveau PIB peut être effectué par l'optique de la demande (pour faire apparaître les variations d'importations). Le nouveau PIB égalise l'ancien auquel on retranche les variations des importations :

PIB = CF + FBC + X – M* = PIB – ΔM = 350 – (-82.5) = 432.5*

De ce fait, le PIB augmente de 82.5. Le PIB a augmenté de la même valeur que les importations ont diminuée.

Pour calculer le nouveau taux de couverture, il ne faut pas oublier de rajouter les importations de la branche 2 qui n'ont pas changé.

$$Taux\ de\ couverture^* = \frac{X}{M^*} = \frac{X}{{M_1}^* + M_2} = \frac{100}{117.5 + 100} = 0.4598$$

Le taux de couverture était auparavant de 1/3, il a donc augmenté de 0.1264. Cette mesure a bien pour effet d'augmenter ce taux, c'est-à-dire de réduire le déficit public (le taux reste inférieur à 1).

Les enseignements de cette analyse :
→ une politique de relance (confère l'effet de l'investissement public) est un moyen de stimuler la production d'une économie et est d'autant plus efficace qu'elle est mise en place dans une branche motrice ;
→ une politique commerciale (confère l'effet de privilégier la production aux importations) est efficace pour substituer la production aux importations et pour diminuer la dépendance envers l'extérieur.